2 LINEARNE PROGRAMOVANIE

- Hladame maximum $z = f(x_1, \dots, x_n)$ za podmienok $g_1(x_1, \dots, x_n) \leq b_1, g_n(x_1, \dots, x_n) \leq b_n$.
  Teraz budu $f, g_1, \dots, g_n$ linearne funkcie.
- $x_1, \dots, x_n$ su **rozhodovacie premenne** (su v nich zahrnute tie rozhodnutia, ktore treba v ramci danej ulohy robit)
- $z = c_1x_1 + \cdots + c_nx_n$ - ucelova funkcia (utility function). Max zisk, min naklady.
- na $\forall$ premenne je zvycajne kladene znamienkove ohranicenie $x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$

2.1 ULOHA LINEARNEHO PROGRAMOVANIA = ULP

- je optimalizacna uloha v ktorej ucelova funkcia je linearna, ohranicenia su v tvare linearnych rovnic al. nerovnic, a na $\forall$ premenne je kladene znamienkove ohranicenie.

2.1.1 Pripustna oblast ULP - je to mnozina $\Omega \subset E_n$ tych bodov, ktore splnaju vsetky ohranicenia vratane znamienkovych. Body z pripustnej oblasti nazyvame **pripustne body**.

Optimalizacne riesenie maximalixujucej ULP je ten bod pripustnej oblasti, v ktorom nadobuda UF najvacsiu hodnotu. (minimum najmensiu).

2.1.2 Predpoklad racionality - prispevok kazdej rozhodovacej premennej k hodnote ucelovej funkcie resp. k hodnote i-teho ohranicenia je priamo umerny jej hodnote. (ULP musi splnat)

2.1.3 Predpoklad aditivnosti - ucelova funkcia resp. kazde ohranicenie je sucet prispevkov jednotlivych rozhodovacich premennych (x_1, x_2 musia byt nezavisle). (ULP musi splnat)

2.1.4 Predpoklad delitelnosti - rozhodovacie premenne. (moze splnat)

2.2 STANDARDNY UTVAR ULP

- Doplnkova premenna: pre i-te ohranicenie (slack variable) pomocou nej zmenime nerovnicove ohranicenie na rovnicove.
- Standardny tvar $n \geq m$ [n-premenne, m-ohranicenia]

$b = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$-vektor ohraniceni, $x = (x_1, \dots, x_n)^T$-vektor premennych.

- Bazove riesenie ULP je to riesenie systemu $Ax = b$, ktore ma najviac m premennych nenulovych.

m-pocet rovnic, n-pocet premennych, $n \geq$.

- Volime $h = m - n$ premennych, polozime rovne 0.
- Nebazove premenne NBV: ostane system rovnic o n neznamych.

Def: Bazove riesenie, ktore ma vsetky premenne nezaporne sa nazyva **bazove pripustne riesenie**. Dve bazove pripustne riesenia nazyvame zdvojene (susedne), ak sa lisia v prave v jednej bazovej premennej (maju $m - 1$ bazovych premennych spolocnych).Pripustna oblast ULP je konvexna mnozina.

Def: $S \subset E_n$ je konvexna mnozina, bod $P \in S$ nazyvame krajnym bodom (vrcholom) S ak je koncovym bodov kazdej usecky ktora nim prechadza a cela lezi v S.

- Kazdemu bazovemu pripustnemu rieseniu odpoveda 1 krajny bod konvexnej oblasti. Optimalne riesenie ULP je bazovym pripustnym riesenim pri maximalizacnej ulohe, v ktorom ma UF najvacsie hodnoty. (minimalizacna najmensie)

2.3 ALGORITMUS SIMPLEXOVEJ METODY

1. Zvoli sa BPR (pociatocne bazove pripustne riesenie)
2. Vypocita sa hodnota ucelovej funkcie (z). Hlada sa zdruzene BPR, v ktorom bude mat UF vacsiu hodnotu
3. Ak take BPR $\nexists \Rightarrow \nabla$. Ukoncime vypocet. Ak $\exists$ tak spat na krok 2.

2.4 RIESITELNOST ULP

1. ULP ma jedine optimalne riesenie (OR).

2. ULP ma alternativne OR (nekonecne vela).

3. ULP nema pripustnu oblast $\Rightarrow \nexists$OR.

4. ULP nema ohranicenu pripustnu oblast.

2.5 SIMPLEXOVA METODA ... vid cvika (toto sa mi prepisovat fakt nechce a mimoto je to lahke)
2.6 DUALNA ULOHA LP 2.6.1 Pravidla pri zostavovani dualnej ulohy

1. Ak je primarna uloha maximalizacna, dualna je minimalizacna (vice versa).

2. DU ma tolko premennych, kolko mala PU ohraniceni (vice versa).

3. DU a PU maju pocet premennych a ohraniceni rovnaky - symetricka dualna uloha.

4. Koeficienty ucelovej funkcie DU su tvorene pravou stranou ograniceni PU (vice versa).

5. Matica koeficientov ohraniceni DU je transponovana k matici ohraniceni PU.

6. Ak maju PU a DU pripustne riesenie potom existuje optimalne riesenie PU aj DU a plati, ze optimalna hodnota UF PU je rovna optimalnej hodnote UF DU.